**Алгоритм быстрого итеративного уточнения разложения матрицы  
по сингулярным значениям**

Напомним, что разложением матрицы по сингулярным значениям (SVD) называется такое соотношение

где – ортогональные матрицы, составленные из левых сингулярных векторов и правых сингулярных векторов соответственно, а – прямоугольная диагональная матрица, составленная из сингулярных значений (полагается, что .

Авторы Yuki Uchino, Takeshi Terao и Katsuhisa Ozaki предлагают быстрый (по сравнению с иными описанными в [1]) алгоритм для полного разложения матрицы по сингулярным значениям. Здесь и далее полагается, что сингулярные значения удовлетворяют следующему соотношению:

а их приближённые значения таковы, что для .

На вход алгоритма поступает матрица и матрицы приближённых сингулярных векторов . На выходе ожидается получение матриц уточнённых сингулярных векторов   
 и матрицы уточнённых сингулярных значений . Опишем алгоритм пошагово:

1. //символ означает вычисление с двойной точностью;
2. // – левый блок блочной матрицы ;
3. ;
4. ;
5. //;
6. ;
7. ;
8. // – матрица нулей;
9. ;
10. ;
11. //символ означает вычисление с одинарной точностью;
12. ;
13. //;
14. //;
15. ;
16. //;
17. ;
18. ;
19. // – единичная матрица;
20. // – блочная матрица, где   
    ;
21. //.

Общая «стоимость» алгоритма составляет операций в лучшем случае и – в худшем, где



**Список литературы**

1. Uchino Yuki, Terao Takeshi, Ozaki Katsuhisa. 2022.08.05 – Acceleration of Iterative Refinement for Singular Value Decomposition. 10.21203/rs.3.rs-1931986/v1.